

PORCENTAJES

Definición

Un porcentaje es una fracción cuyo denominador es 100. Se utiliza para expresar partes de un todo

Fórmula básica:

Fórmula básica para calcular un porcentaje:

$$\text{Porcentaje} = \frac{\text{Parte}}{\text{Total}} \times 100$$

Ejemplo:

Si 40 alumnos de 50 aprobaron el examen, el porcentaje de aprobados es:

$$\frac{40}{50} \times 100 = 80\%$$

Cómo hallar una cantidad sabiendo el porcentaje:

Si queremos saber el 25% de 200:

$$\frac{25}{100} \times 200 = 50$$

Cómo hallar el total a partir de una parte y su porcentaje:

Si el 30% de una cantidad es 60, para hallar el total:

$$\begin{aligned} \frac{30}{100} \times \text{Total} &= 60 \\ \text{Total} &= \frac{60 \times 100}{30} = 200 \end{aligned}$$

PROPORCIONALIDAD

Definición:

La proporcionalidad es la relación entre dos magnitudes. Pueden ser directamente proporcionales o inversamente proporcionales.

Proporcionalidad directa:

Cuando una magnitud aumenta, la otra también aumenta.

Relación:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

donde a y b son dos magnitudes relacionadas, y c y d son dos nuevas magnitudes que mantienen la misma proporción.

Ejemplo:

Si 3 kg de manzanas cuestan 6 euros, el precio es directamente proporcional a la cantidad de manzanas.

$$\frac{3}{6} = \frac{5}{x}$$

Resolvemos para x :

$$x = \frac{5 \times 6}{3} = 10 \text{ euros}$$

Proporcionalidad inversa:

Cuando una magnitud aumenta, la otra disminuye.

Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, su producto siempre es constante:

$$a \times b = c \times d$$

Donde:

- a y b son valores de la primera situación.
- c y d son valores de la segunda situación.

Ejemplo:

Si 4 trabajadores tardan 12 días en completar un trabajo, ¿cuánto tardarán 6 trabajadores?

Sabemos que el producto se mantiene constante:

$$4 \times 12 = 6 \times x$$

Despejamos x :

$$x = \frac{4 \times 12}{6} = 8 \text{ días}$$

Conclusión:

Más trabajadores → Menos días necesarios.

ESCALAS

Una escala es la relación entre el tamaño de un dibujo o modelo y el tamaño real del objeto. Se usa en mapas, planos y modelos reducidos o ampliados.

Ejemplo:

Si en un mapa la distancia entre dos ciudades es 5 cm y en la realidad es 50 km, eso significa que cada centímetro en el mapa representa 10 km en la realidad.

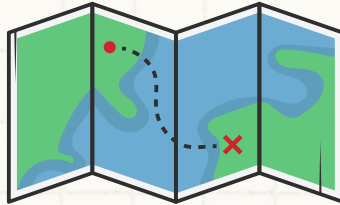
Tipos de escalas:

Escala de reducción:

El dibujo es más pequeño que la realidad.

Se usa en mapas, planos de ciudades, planos de edificios.

Ejemplo: Un mapa con escala 1:100,000 significa que 1 cm en el mapa representa 100,000 cm (1 km) en la realidad.

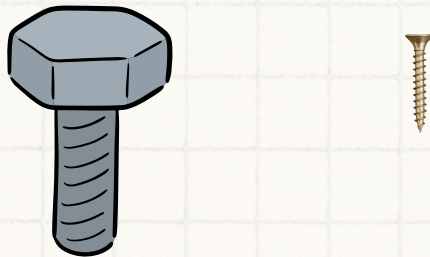


Escala de ampliación

El dibujo es más grande que la realidad.

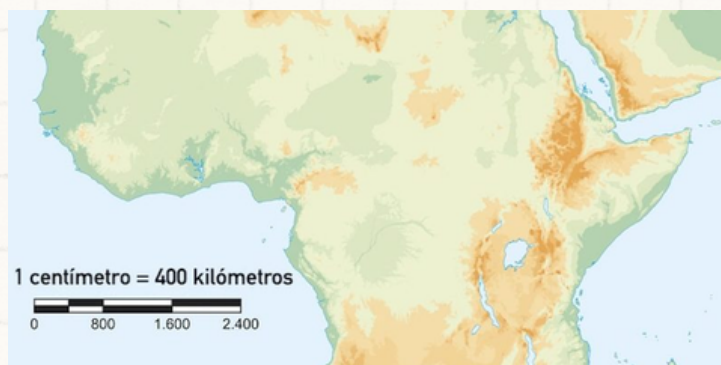
Se usa para representar objetos muy pequeños, como piezas mecánicas o microorganismos.

Ejemplo: Un plano de un tornillo con escala 5:1 significa que el dibujo es 5 veces más grande que el tornillo real.



Escala gráfica

La escala gráfica es la representación dibujada en un mapa, carta náutica o un plano con escala unidad por unidad, donde cada segmento muestra la relación entre la longitud de la representación y la de la realidad.



¿Cómo calculamos una escala?

Si conocemos la escala y queremos saber la medida real:

Usamos la fórmula:

$$\text{Medida real} = \text{Medida en el dibujo} \times \text{Escala}$$

Ejemplo:

Si en un mapa a escala 1:50,000 la distancia entre dos ciudades es 3 cm, la distancia real será:

$$3 \times 50,000 = 150,000 \text{ cm} = 1.5 \text{ km}$$

EJERCICIOS

- 1** Un televisor tiene un precio original de 600 €, pero la tienda ha aplicado un descuento del 20% en su precio debido a una oferta especial.
 - a) ¿Cuánto dinero representa ese descuento en euros?
 - b) ¿Cuál será el precio final del televisor después de aplicar el descuento?
- 2** Una bicicleta tenía un precio inicial de 250 €, pero debido a un aumento en los costos de producción, su precio ha subido un 12%.
 - a) ¿Cuánto ha aumentado su precio en euros tras la subida?
 - b) ¿Cuál es el nuevo precio de la bicicleta después del incremento?
- 3** Un estudiante está realizando un examen que consta de 40 preguntas en total. Al revisar sus respuestas, se da cuenta de que ha respondido correctamente el 80% de las preguntas.

¿Cuántas preguntas ha respondido de manera correcta?
- 4** Un automóvil de cierta marca ha sido probado en un viaje de larga distancia. Se ha comprobado que con 10 litros de gasolina, el vehículo es capaz de recorrer una distancia de 150 km en carretera.

Si se dispone de un depósito de 25 litros de gasolina, ¿cuántos kilómetros podrá recorrer el automóvil en las mismas condiciones?
- 5** Un trabajador de una empresa recibe un salario proporcional a las horas que trabaja. Se sabe que, por 40 horas de trabajo a la semana, recibe un pago de 600 €.

Si en una determinada semana el trabajador decide hacer 50 horas, ¿cuánto dinero recibirá por su jornada laboral?

EJERCICIOS

- 6** Un agricultor utiliza 3 sacos de fertilizante para abonar 12 hectáreas de cultivo, asegurando que la cosecha sea óptima.

Si en la siguiente temporada el agricultor necesita fertilizar un terreno de 20 hectáreas, ¿cuántos sacos de fertilizante deberá utilizar para cubrir toda la extensión de manera proporcional?

- 7** Un equipo de construcción formado por 6 obreros tarda 15 días en construir un muro de determinada longitud y altura. La empresa decide aumentar la cantidad de obreros a 10 personas para acelerar el trabajo.

¿Cuántos días necesitará este nuevo equipo para completar la misma construcción, asumiendo que todos trabajan al mismo ritmo?

- 8** Un automóvil viaja a una velocidad constante de 80 km/h y tarda un total de 4 horas en completar un recorrido entre dos ciudades.

Si el conductor decide aumentar la velocidad a 100 km/h, ¿cuánto tiempo tardará en recorrer la misma distancia?

- 9** Un mapa de carreteras tiene una escala de 1:50,000, lo que significa que cada 1 cm en el mapa representa 50,000 cm en la realidad. En el mapa, la distancia entre dos ciudades es de 3 cm.

¿Cuál es la distancia real entre estas dos ciudades en kilómetros?

- 10** Un arquitecto ha diseñado el plano de una vivienda utilizando una escala de 1:100, lo que significa que cada centímetro en el plano representa 100 cm en la realidad. En el plano, una de las habitaciones tiene unas dimensiones de 4 cm de ancho y 6 cm de largo.

¿Cuáles son las dimensiones reales de la habitación en metros?

- 11** En un atlas geográfico, se incluye una escala gráfica en la que 2 cm representan 5 km en la realidad. Un estudiante mide la distancia entre dos localidades en el mapa y obtiene 7 cm.

¿Cuál es la distancia real entre esas dos localidades según la escala del atlas?

EJERCICIOS

1 Descuento en una tienda

$$\text{Descuento: } \frac{20 \times 600}{100} = 120\text{€}$$

$$\text{Precio final: } 600 - 120 = 480\text{€}$$

✓ 120 € de descuento, precio final: 480

2 Subida de precio en una bicicleta

$$\text{Aumento: } \frac{12 \times 250}{100} = 30\text{€}$$

$$\text{Nuevo precio: } 250 + 30 = 280\text{€}$$

✓ Subida de 30 €, nuevo precio: 280 €

3 Examen de 40 preguntas

$$\text{Correctas: } \frac{80 \times 40}{100} = 32$$

✓ 32 preguntas correctas

4 Consumo de gasolina

$$X = \frac{25 \times 150}{10} = 375$$

✓ Recorrerá 375 km

5 Salario de un trabajador

$$X = \frac{50 \times 600}{40} = 750\text{€}$$

✓ Ganará 750 €

6 Fertilizante para hectáreas

$$X = \frac{20 \times 3}{12} = 5$$

✓ Necesita 5 sacos

7 Obreros y tiempo de construcción

$$X = \frac{6 \times 15}{10} = 9$$

✓ Tardarán 9 días

8 Velocidad y tiempo de viaje

$$X = \frac{80 \times 4}{100} = 3.2 \text{ h} \rightarrow 3 \text{ h } 12 \text{ min}$$

✓ Tiempo de viaje: 3 h 12 min

9 Distancia real en un mapa

$$3 \times 50,000 = 150,000 \text{ cm} \rightarrow 1.5 \text{ km}$$

✓ Distancia real: 1.5 km

10 Dimensiones reales en plano

$$\text{Ancho: } 4 \times 100 = 4 \text{ m}$$

$$\text{Largo: } 6 \times 100 = 6 \text{ m}$$

✓ Tamaño real: 4 m × 6 m

11 Distancia real con escala gráfica

$$X = \frac{7 \times 5}{2} = 17.5 \text{ km}$$

✓ Distancia real: 17.5 km